海淀区高三年级第二学期期末练习

数学（文科）

2015.5

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．在复平面内，复数 $\mathrm{i}^2(1-\mathrm{i})$ 对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．已知命题 $p:\forall x>0$，$x+\frac{1}{x}\geqslant 2$，则 $\neg p$ 为（　　）

A．$\forall x>0$，$x+\frac{1}{x}<2$　　B．$\forall x\leqslant 0$，$x+\frac{1}{x}<2$

C．$\exists x\leqslant 0$，$x+\frac{1}{x}<2$　　D．$\exists x>0$，$x+\frac{1}{x}<2$

3．圆 $C:x^2+y^2+4x-2y+3=0$ 的圆心坐标及半径分别是（　　）

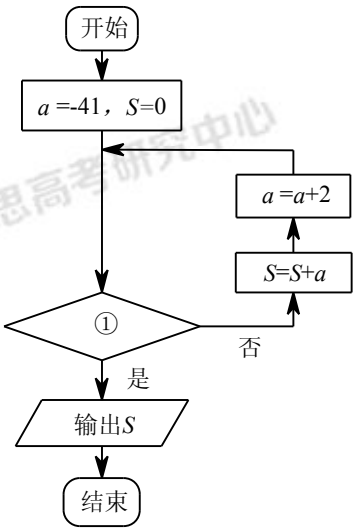
A．$(-2,1)$，$\sqrt{2}$　　B．$(2,1)$，$\sqrt{2}$

C．$(-2,1)$，2　　D．$(2,-1)$，2

4．数列 $\{a_n\}$ 是首项为 -41，公差为 2 的等差数列，所给程序框图中输出的 S 是数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和的最小值，则①外可填写（　　）

A．$S>0$　　B．$S<0$　　C．$a>0$

D．$a=0$



5．已知点 $A(a,a)(a\neq 0)$，$B(1,0)$，O 为坐标原点，若点 C 在直线 OA 上，且 BC 与 OA 垂直，则点 C 的坐标是（　　）

A．$\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$　　B．$\left(\frac{a}{2},-\frac{a}{2}\right)$　　C．$\left(\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right)$　　D．$\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

6．在△ABC 中，若 $a=3$，$c=\sqrt{3}$，$\angle A=\frac{\pi}{3}$，则 $b=$（　　）

A．4　　B．6　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{6}$

7．设 $a=0.2^3$，$b=\log_2 0.3$，$c=\log_{0.3}2$，则（　　）

A．$b<a<c$　　B．$b<c<a$

C．$c<b<a$　　D．$a<b<c$

8．已知不等式式组 $\begin{cases}x+y\geqslant 4,\\ x-y\geqslant -2,\\ x\leqslant 2\end{cases}$ 表示的平面区域为 D，点 $O(0,0)$，$A(1,0)$．若点 M 是 D 上的动点，则 $\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OM}}{|\overrightarrow{OM}|}$ 的最小值是（　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D．$\frac{3\sqrt{10}}{10}$

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

9．　以坐标原点为顶点，$(-1,0)$ 为焦点的抛物线的方程为_____．

10．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_n\neq 0\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，又 $a_na_{n+1}=S_n$，则 $a_3-a_1=$_____．

11．已知 $f(x)=\cos x\cdot\ln x, f(x_0)=f(x_1)=0(x_0\neq x_1)$，则 $|x_0-x_1|$ 的最小值是_____．

12．满足 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha+\cos\beta$ 的 α，β 的一组值是_____．是（写出一组即可）

13．函数 $f(x)=x^3e^x$ 的极值点 $x_0=$_____，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,f(x_0))$ 处的切线方程是_____．

14．某网络机构公布某单位关于上网者使用网络浏览器 A，B 的信息：

①316 人使用 A；

②478 人使用 B；

③104 人同时使用 A 和 B；

④567 人只使用 A，B 中的一种网络浏览器．

则这条信息为_____（填“真”或“假”），理由是_____．

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

15.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=4\sin x-\cos 2x$。

（1）求 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 的值；

（2）求函数 $f(x)$ 的最小值。

学而思高考研究中心

16.（本小题满分 13 分）

某中学为了解初三年级学生“掷实心球”项目的整体情况，随机抽取男、女生各 20 名进行测试，记录的数据如下：

男生投掷距离（单位：米）		女生投掷距离（单位：米）
9 7 7	5	4 6
8 7 6	6	4 5 5 6 6 6 9
6 6	7	0 0 2 4 4 5 5 5 5 8
8 5 5 3 0	8	1
7 3 1 1	9	
2 2 0	10	

已知该项目评分标准为：

男生投掷距离（米）	…	[5.4，6.0)	[6.0，6.6)	[6.6，7.4)	[7.4，7.8)	[7.8，8.6)	[8.6，10.0)	[10.0，+∞)
女生投掷距离（米）	…	[5.1，5.4)	[5.4，5.6)	[5.6，6.4)	[6.4，6.8)	[6.8，7.2)	[7.2，7.6)	[7.6，+∞)
个人得分（分）	…	4	5	6	7	8	9	10

（1）求上述 20 名女生得分的中位数和众数；

（2）从上述 20 名男生中，有 6 人的投掷距离低于 7.0 米，现从这 6 名男生中随机抽取 2 名男生，求抽取的 2 名男生得分都是 4 分的概率；

（3）根据以上样本数据和你所学的统计知识，试估计该年级学生实心球项目的整体情况（写出两个结论即可）。

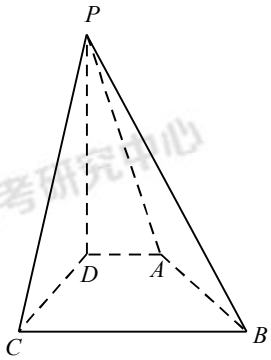
17.（本小题满分 14 分）

如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，又 $AD\parallel BC$，$AD\perp DC$，且 $BC=PD=3AD=3$.

（Ⅰ）画出四棱锥 $P-ABCD$ 的正视图；

（Ⅱ）求证：平面 $PAD\perp$ 平面 PCD；

（Ⅲ）求证：棱 PB 上存在一点 E，使得 $AE\parallel$ 平面 PCD，并求 $\dfrac{PE}{EB}$ 的值.



18.（本小题满分 13 分）

已知数列$\{a_n\}$是首项为 2，公比为 2 的等比数列，又数列$\{b_n\}$满足$b_n=2\log_2 a_n$，S_n是数列$\{b_n\}$的前n项和.

（Ⅰ）求S_n；

（Ⅱ）若对任意的$n\in \mathrm{N}^*$，都有$\frac{S_n}{a_n}\leqslant\frac{S_k}{a_k}$成立，求正整数$k$的值.

19.（本小题满分 13 分）

已知函数$f(x)=a\ln x-x+2$，其中$a\neq 0$.

（Ⅰ）求$f(x)$的单调区间；

（Ⅱ）若对任意的$x_1\in[1,\ \mathrm{e}]$，总存在$x_2\in[1,\ \mathrm{e}]$，使得$f(x_1)+f(x_2)=4$，求实数a的值.

20.（本小题满分 14 分）

已知椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，点 D 为椭圆 C 的左顶点．对于正常数 λ，如果存在过点 $M(x_0,\ 0)$ $(-2<x_0<2)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 A，B 两点，使得 $S_{\triangle AOB}=\lambda S_{\triangle AOD}$，则称点 M 为椭圆 C 的“λ 分点”.

（Ⅰ）判断点 $M(1,\ 0)$ 是否为椭圆 C 的“1 分点”，并说明理由；

（Ⅱ）证明：点 $M(1,\ 0)$ 不是椭圆 C 的“2 分点”；

（Ⅲ）如果点 M 为椭圆 C 的“2 分点”，指出 x_0 的取值范围.（直接写出结果）

加入“学而思高考研究中心”官方微信平台，享受高考一站式服务！
我们将为大家提供这些内容：
①试题资料
②高考咨询
③公益讲座
④课程查询
⑤复习指导
⑥商家优惠