**高二年级期末测试**

数学（理科）

一、填空题：本大题共 14 小题，每小题 5 分，共计 70 分．请把答案直接填写在答．题．卡．相． 应．位．置．上．.

1. 已知复数 *z* 满足 *z*(1  2i)  2  i ， i 为虚数单位，则复数 *z* 的模为 ▲ .
2. 若以平面直角坐标系的原点*O* 为极点，*x* 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，则点 *A* 的极

坐标 π 化成直角坐标为 ▲ .

(2, )

3

1. 若曲线*x*2  *y*2 1在矩阵2 0 对应的变换下变为一个椭圆，则椭圆的离心率为 ▲ .

0 1

 

 

1. 已知随机变量 *X* 的分布表如下所示，则实数 *x* 的值为 ▲ .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 1 | 2 | 3 |
| *P* | *x*2 | 1  4 | *x* |

1. 将参数方程*x*  2*t*  1 ( *t* 为参数)化成普通方程为 ▲ .

 *y*  4*t*

# 

1. 计算*C*5  *C*4  *C*6 的结果为 ▲ .

10 10 11

1. 若平面** 的一个法向量为 1 1

( , , 0)

2 2

，直线*l* 的方向向量为(1, 0,1) ，则*l* 与** 所成角的大

小为 ▲ .

1. 已知某运动队有男运动员 4 名，女运动员 3 名，若现在选派 3 人外出参加比赛，则选出的 3 人中男运动员比女运动员人数多的概率是 ▲ .

9. 若(*x*3 

*a* )6 的展开式中 *x*4 的系数为 240，则实数*a* 的值为 ▲ .

*x*

10.设向量 ***a*** = (1, 2,**),***b*** = (2, 2, 1) ，若cos

***a***, ***b***  4 ，则实数** 的值为 ▲ .

9

1. 观察下列恒等式: 1

tan**

 tan** 

2 ；

tan 2**

1

tan**

 tan**  2 tan 2** 

4 ；

tan 4**

1

tan**

…

 tan**  2 tan 2**  4 tan 4** 

8 ；

tan 8**

请你把结论推广到一般情形,则得到的第*n* 个等式为 ▲ .

1. 已知集合 *A*={*C*0},*B*={*C*1,*C*2},*D*={*C*4 ,*C*5 ,*C*6}，若从这三个集合中各取一个元素构成空

8 8 8 8 8 8

间直角坐标系中点的坐标，则确定不同点的个数为 ▲ .

*x*2 2

1. 若实数 *x*, *y* 满足  *y*

# 4

 1 ，则(*x*  1)(2 *y*  1) 的取值范围是 ▲ .

1. 当 *x*  1时，等式

1

1  *x*

 1  *x*  *x*2 …  (*x*)*n* … 恒成立，根据该结论，当 *x*  1 时，

2

*x*  *a*  *a x* …  *a xn* …，则*a* 的值为 ▲ .

(1 2*x*)(1 *x*3 ) 0 1 *n* 8

二、解答题：本大题共 6 题，第 15~17 题每题 14 分，第 18~20 题每题 16 分，共 90 分， 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.在答．题．卡．指．定．区．域．内作答．

15.（本题满分 14 分）

已知复数 *z*  *a*  i (*a*  0，*a*  **R**) ， i 为虚数单位，且复数 *z*  为实数．

2

*z*

* 1. 求复数 *z* ；
  2. 在复平面内，若复数*m*  *z*2 对应的点在第一象限，求实数*m* 的取值范围．

1. （本题满分 14 分）

已知矩阵 *M*  *a*



*b*

1 对应的变换将点 *P*(1, 2) 变换成 *P*(4, 5) ．

2



 

* 1. 求矩阵 *M* 的逆矩阵 *M* 1 ；
  2. 求矩阵 *M* 的特征向量．

1. （本题满分 14 分）

在平面直角坐标系 *xOy* 中，曲线*C* 的参数方程为*x*  1  4cos** ,

 *y*  2  4sin**



( ** 为参数).

1. 求曲线*C* 的普通方程；
2. 在以原点*O* 为极点， *x* 轴的正半轴为极轴的极坐标系中，直线*l* 的极坐标方程为

** sin(**  ** )  11 2 ，过直线*l* 上一点 *P* 引曲线*C* 的切线，切点为*M* ，求 *PM* 的



4 2

最小值.

1. （本题满分 16 分）

已知某盒子中共有 6 个小球，编号为 1 号至 6 号，其中有 3 个红球、2 个黄球和 1 个绿球，这些球除颜色和编号外完全相同．

1. 若从盒中一次随机取出 3 个球，求取出的 3 个球中恰有 2 个颜色相同的概率；
2. 若从盒中逐一取球，每次取后立即放回，共取 4 次，求恰有 3 次取到黄球的概率；
3. 若从盒中逐一取球，每次取后不放回，记取完黄球所需次数为 *X*，求随机变量 *X*

的分布列及数学期望*E*( *X* ) ．

1. （本题满分 16 分）

如图，在三棱锥*V*  *ABC* 中， *AB*  *AC* ， *D* 为 *BC* 的中点，*VO*  平面*ABC* ， 垂足*O* 落在线段 *AD* 上， *E* 为*VBC* 的重心，已知 *BC*  6,*VO*  3,*OD*  1, *AO*  2 .

1. 证明： *OE* // 平面*VAC* ；
2. 求异面直线 *AC*与*OE* 所成角的余弦值；
3. 设点 *M* 在线段*VA*上，使得*VM*  *VA*，试确定** 的值，使得二面角 *A*  *MB*  *C*

为直二面角.

*V*

*M*

*E*

*O*

*D*

1. （本题满分 16 分）

*A C*

*B*

(第 19 题）

*F*(*x*)   1 *Ck* 1*Cm xk* (1 *x*)*n**k* ,(*n k m n k m*  **N**).

*n*

设函数

*k* 3 *k*

*n*1 *k*

**≥ ≥** ， 、 、

1. 化简: *Ck Cm*  *CmCk* *m* (*n***≥** *k* **≥** *m*，*n*、*k*、*m***N**) ；

*n k n n**m*

1. 已知 *F*(*x*)   1 *Ck* 1*Cmxk* (1 *x*)*n**k*  *am xm* , 求*a* 表达式；

*n*

*k* *m k*

*n* (1)*k* 1

*n*1 *k n m*

1 1 1



 (1)*n*1

*an*

1. 设 *An*   *a*

  *a*  *a*  *a*  ,

*k* 2 *k*

2 3 4

*A*

 1  1 

请用数学归纳法证明不等式 2*n*1



1

*n*  *n*

*n* 1

*n*  2 .

高二年级期末调研测试理科数学

**参考答案**

一、填空题：本大题共14小题，每小题5分，共计70分．请把答案直接填写在答题卡相应位置上.

1. 1 2.  3.  4.  5. 

6. 0 7.  8.  9.  10.

11. 12.33

13. 14.

二、解答题：在答题卡指定区域内作答．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15.解答

（1），

则 ………………………2分

，， ………………………5分

．

． ………………………7分

（2）由题意：,

 ………………………9分

复数对应点坐标………………………11分

复数对应的点在第一象限,

,

所以 ………………………14分

16.解：（1）由题意得，

即，解得，所以，………………………………3分

…………………………………………6分

（2）矩阵的特征多项式为*f*(*λ*)＝＝(*λ*－1)(*λ*－3)．

令*f*(*λ*)＝0，解得*λ*1＝1，*λ*2＝3．………………………………8分

①当*λ*＝1时， 得

令*x*＝1，则*y*＝－1，于是矩阵的一个特征向量为．……………10分

②当*λ*＝3时，由 得

令*x*＝1，则*y*＝1，于是矩阵的一个特征向量为．

综上，矩阵的特征向量为和．………………………………14分

17.解.（1）由得

又

所以

综上曲线的普通方程...................................................4分

（2）由得

即............................................................................................6分

又

直线的直角坐标方程为....................................................................8分

由（1）知曲线为圆且圆心坐标为，半径为

切线长

当取最小时，取最小....................................................................................10分

而的最小值即为到直线的距离

到直线的距离为....................................................................12分



所以的最小值为4....................................................................................................14分

18(1)如图，

方法一：

连接，因为是的重心，是的中点，

即，又

所以，又因为，

所以 .................................................... 3分

方法二：

以为原点，以射线为轴的正半轴，建立空间直角坐标系

则，，，， ，

的重心，设，即

即，因为

所以，即

又因为，

所以 ....................................... 3分

1. ，



所以异面直线所成角的余弦值 ....................................... 6分

3)，则，

=，

，  .......................................8分

设平面ABV的法向量为，平面CMB的法向量为

由 得

即， 可取 ....................................... 11分

由 得

即， 可取 .......................................14分

由得

解得 .......................................16分

19.解：（1）从盒中一次随机取出个球，记取出的3个球中恰有2个颜色相同为事件

则

答 取出的个球颜色相同的概率.......................................................................3分

（2）盒中逐一取球，取后立即放回，每次取到黄球的概率为

记取4次恰有3次黄球为事件

则

答 取4次恰有3次黄球的概率..............................................................................6分

（3）的可能取值为2，3，4，5，6

则，，

，.........................................11分

的分布列为

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  |  |  |  |  |  |

.....................14分

所以的数学期望..............16分

20.解答:

(1)

...................4分

(2)由（1）得到:

令得到：，

即:  .......................................6分









. ............................9分

(3)



所以 :





(1)式+(2)式得到:

. ............................12分

用数学归纳法证明不等式,

1）当时，,结论成立.

2）假设时，结论成立,即:,

那么当时，











所以当结论也成立,

根据1）、2）不等式恒成立. .......................................16分