**2018届高三模拟考试**

**文科数学**

**第Ⅰ卷（选择题 共60分）**

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知集合，则（ ）

A． B． C． D．

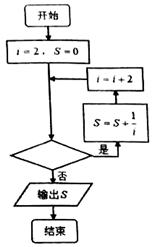
2.已知复数（是虚数单位），则（ ）

A． B． C． D．

3.已知，，，则，，的大小关系是（ ）

A． B． C． D．

4.下图给出的是计算值的程序框图，其中判断框内可填入的条件是（ ）



A． B． C． D．

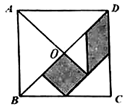
5.已知是偶函数，则（ ）

A． B． C． D．

6.已知的内角，，的对边分别为，，，若，则（ ）

A． B． C． D．

7.七巧板是我们祖先的一项创造，被誉为“东方魔板”，它是由五块等腰直角三角形（两块全等的小三角形、一块中三角形和两块全等的大三角形）、一块正方形和一块平行四边形组成的.如图是一个用七巧板拼成的正方形，在此正方形中任取一点，则此点取自阴影部分的概率是（ ）

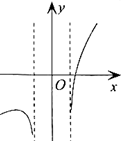
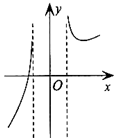
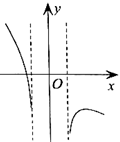
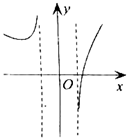


A． B． C． D．

8.已知，则（ ）

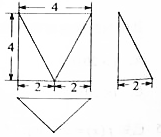
A． B． C． D．

9.函数的大致图象为（ ）

A． B． C． D．

10.某几何体的三视图如图所示，其中俯视图是等腰三角形，则该几何体的体积为（ ）



A． B． C． D．

11.设、是椭圆：的两个焦点，若上存在点满足，则的取值范围是（ ）

A． B．

C． D．

12.已知函数的图象关于点对称，则在上的最大值为（ ）

A． B． C． D．

**第Ⅱ卷（共90分）**

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

13 已知实数，满足，则的最大值为 ．

14.在平行四边形中，，，则 ．

15.已知圆与直线及都相切，圆心在直线上，则圆的标准方程为 ．

16.已知，若函数图象的任何一条对称轴与轴交点的横坐标都不属于区间，则的取值范围是 ．（结果用区间表示）

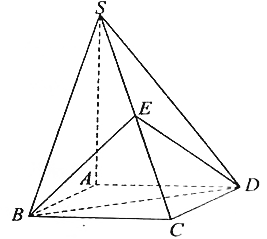
**三、解答题：本大题共6小题，共70分.**

17.已知数列的前项和.

（Ⅰ）求的通项公式；

（Ⅱ）设，求数列的前项和.

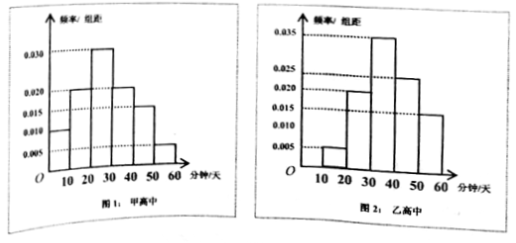
18.在四棱锥中，底面为矩形，平面平面，平面平面，且.



（Ⅰ）证明：平面；

（Ⅱ）若为的中点，三棱锥的体积为，求四棱锥外接球的表面积.

19.随着高校自主招生活动的持续开展，我市高中生掀起了参与数学兴趣小组的热潮.为调查我市高中生对数学学习的喜好程度，从甲、乙两所高中各随机抽取了名学生，记录他们在一周内平均每天学习数学的时间，并将其分成了个区间：、、、、、，整理得到如下频率分布直方图：



根据一周内平均每天学习数学的时间，将学生对于数学的喜好程度分为三个等级：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 学习时间（分钟/天） |  |  |  |
| 喜好等级 | 一般 | 爱好 | 痴迷 |

（Ⅰ）试估计甲高中学生一周内平均每天学习数学的时间的中位数（精确到）；

（Ⅱ）判断从甲、乙两所高中各自随机抽取的名学生一周内平均每天学习数学的时间的平均值与及方差与的大小关系（只需写出结论），并计算其中的、（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

（Ⅲ）从甲高中与乙高中随机抽取的名同学中数学喜好程度为“痴迷”的学生中随机抽取人，求选出的人中甲高中与乙高中各有人的概率.

20.已知抛物线：上的点到其焦点的距离为.

（Ⅰ）求的方程；

（Ⅱ）已知直线不过点且与相交于，两点，且直线与直线的斜率之积为，证明：过定点.

21.已知曲线与轴有唯一公共点.

（Ⅰ）求实数的取值范围；

（Ⅱ）曲线在点处的切线斜率为.若两个不相等的正实数，满足，求证：.

**请考生在22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.作答时请写清题号.**

22.选修4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系中，曲线的参数方程为（为参数），直线的参数方程为（为参数）.

（Ⅰ）若，求直线被曲线截得的线段的长度；

（Ⅱ）若，在曲线上求一点，使得点到直线的距离最小，并求出最小距离.

23.选修4-5：不等式选讲

已知函数.

（Ⅰ）当时，求不等式的解集；

（Ⅱ）设函数.当时，恒成立，求实数的取值范围.

**2018届高三模拟考试**

**数学（文科）参考答案**

**一、选择题**

1-5: ACBDA 6-10: BCBAD 11、12：AD

**二、填空题**

13.  14.  15.  16. 

**三、解答题**

17.（Ⅰ）解：.

当时，.

又符合时的形式，所以的通项公式为.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知.

数列的前项和为



.

18.（Ⅰ）证明：由底面为矩形，得.

又平面平面，平面平面，平面，

所以平面.所以.

同理可得.

又，平面，平面，

所以平面.

（Ⅱ）解：设，则，.





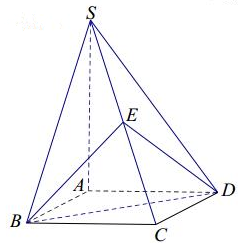
.

又，所以.解得.

四棱锥的外接球是以、、为棱的长方体的外接球，设半径为.

则，即.

所以，四棱锥的外接球的表面积为.



19. 解：（Ⅰ）由样本估计总体的思想，甲高中学生一周内平均每天学习数学的时间的中位数；

（Ⅱ）；；

；





.

（Ⅲ）甲高中随机选取的名学生中“痴迷”的学生有人，记为，；乙高中随机选取的名学生中“痴迷”的学生有人，记为，，，，，.

随机选出人有以下种可能：

，，，，，，，

，，，，，，，

，，，，，，，

，，，，，，，

甲、乙两所高中各有人，有以下种可能：

，，，，，，

，，，，，.

所以，从甲、乙两所高中数学喜好程度为“痴迷”的同学中随机选出人，选出的人中甲、乙两所高中各有人的概率为.

20.解：（Ⅰ）由题意，得，即.

由抛物线的定义，得.

由题意，.解得，或（舍去）.

所以的方程为.

（Ⅱ）证法一：设直线的斜率为（显然），则直线的方程为，则.

由消去并整理得.

设，由韦达定理，得，即.

.所以.

由题意，直线的斜率为.

同理可得，即.

若直线的斜率不存在，则.解得，或.

当时，直线与直线的斜率均为，，两点重合，与题意不符；

当时，直线与直线的斜率均为，，两点重合，与题意不符.

所以，直线的斜率必存在.

直线的方程为，即.

所以直线过定点.

证法二：由（1），得.

若的斜率不存在，则与轴垂直.

设，则，.

则.

（，否则，，则，或，直线过点，与题设条件矛盾）

由题意，，所以.这时，两点重合，与题意不符.

所以的斜率必存在.

设的斜率为，显然，设：，

由直线不过点，所以.

由消去并整理得.

由判别式，得.

设，，则①，②，

则.

由题意，.

故③

将①②代入③式并化简整理得，即.

即，即.

又，即，所以，即.

所以：.显然过定点.

证法三：由（1），得.

设：，由直线不过点，所以.

由消去并整理得.

由题意，判别式.

设，，则①，②

则.

由题意，，即③

将①②代入③式得，即.

所以：.显然过定点.

21.（Ⅰ）解：函数的定义域为..

由题意，函数有唯一零点..

（1）若，则.

显然恒成立，所以在上是增函数.

又，所以符合题意.

（2）若，.；.

所以在上是减函数，在上是增函数.

所以.

由题意，必有（若，则恒成立，无零点，不符合题意）

①若，则.

令，则.

；.

所以函数在上是增函数，在上是减函数.

所以.所以，当且仅当时取等号.

所以，，且.

取正数，则；

取正数，显然.而，

令，则.当时，显然.

所以在上是减函数.

所以，当时，，所以.

因为，所以.

又在上是减函数，在上是增函数，

则由零点存在性定理，在、上各有一个零点.

可见，，或不符合题意.

注：时，若利用，，，说明在、上各有一个零点.

②若，显然，即.符合题意.

综上，实数的取值范围为.

（Ⅱ）由题意，.所以，即.

由（Ⅰ）的结论，得.

，在上是增函数.

；.

由，不妨设，则.

从而有，即.

所以.

令，显然在上是增函数，且.

所以.

从而由，得.

22.选修4-4：坐标系与参数方程

解：（1）曲线的普通方程为.

当时，直线的普通方程为.

由.解得或，

直线被曲线截得的线段的长度为.

（2）解法一：时，直线的普通方程为.

由点到直线的距离公式，椭圆上的点到直线：的距离为





，

其中满足，.

由三角函数性质知，当时，取最小值.

此时，，.

因此，当点位于时，点到的距离取最小值.

解法二：当时，直线的普通方程为.

设与平行，且与椭圆相切的直线的方程为.

由消去并整理得.

由判别式，解得.

所以，直线的方程为，或.

要使两平行直线与间的距离最小，则直线的方程为.

这时，与间的距离.

此时点的坐标为方程组的解.

因此，当点位于时，点到直线的距离取最小值.

23.选修4-5：不等式选讲

解：（1）当时，.

由，解得.

所以，不等式的解集为.

（2）



（当且仅当时取等号）

（当且仅当时取等号）

.

综上，当时，有最小值.

故由题意得，解得，或.

所以，实数的取值范围为.