**第3章　三角恒等变换(A)**

(时间：120分钟　满分：160分)

一、填空题(本大题共14小题，每小题5分，共70分)

1．(*cos* －*sin* )(*cos* ＋*sin* )＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

2.的值是\_\_\_\_\_\_\_\_．

3．已知*sin* x－*sin* y＝－，*cos* x－*cos* y＝，且x，y为锐角，则*sin*(x＋y)＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

4．设a＝*sin* 14°＋*cos* 14°，b＝*sin* 16°＋*cos* 16°，c＝，则a、b、c按从小到大的顺序排列为\_\_\_\_\_\_\_\_．

5．已知*sin*(45°＋α)＝，则*sin* 2α＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

6．若*sin* x－*sin* y＝－，*cos* x－*cos* y＝，则*cos*(x－y)的值是\_\_\_\_\_\_\_\_．

7．若函数f(x)＝*sin*(2x＋θ)＋*cos*(2x＋θ)为奇函数，则θ的取值集合是\_\_\_\_\_\_\_\_．

8．已知*tan* 2θ＝－2，*π*<2θ<2*π*，则*tan* θ的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

9．函数y＝2*sin* x(*sin* x＋*cos* x)的最大值为\_\_\_\_\_\_．

10．化简：＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

11．已知*sin* α＝*cos* 2α，α∈(，*π*)，则*tan* α＝\_\_\_\_\_\_.

12．若＝3，*tan*(α－β)＝2，则*tan*(β－2α)＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

13．函数y＝*sin*＋*cos*的图象中相邻对称轴的距离是\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．已知*cos*(α－β)＝，*sin* β＝－，且α∈(0，)，β∈(－，0)，则*sin* α＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

二、解答题(本大题共6小题，共90分)

15．(14分)已知*tan* α，*tan* β是方程6x2－5x＋1＝0的两根，且0<α<，*π*<β<.

求：*tan*(α＋β)及α＋β的值．

16．(14分)已知函数f(x)＝2*cos* 2x＋*sin*2x－4*cos* x.

(1)求f()的值；

(2)求f(x)的最大值和最小值．

17．(14分)已知向量***a***＝(3sin *α*，cos *α*)，***b***＝(2sin *α*，5sin *α*－4cos *α*)，*α*∈，且***a*⊥*b***.

(1)求tan *α*的值；

(2)求cos的值．

18．(16分)已知函数*f*(*x*)＝2sin2－cos 2*x*.

(1)求*f*(*x*)的周期和单调递增区间；

(2)若关于*x*的方程*f*(*x*)－*m*＝2在*x*∈上有解，求实数*m*的取值范围．

19．(16分)已知函数*f*(*x*)＝2sin *x*cos *x*＋2cos2*x*－1(*x*∈**R**)．

(1)求函数*f*(*x*)的最小正周期及在区间[0，]上的最大值和最小值；

(2)若*f*(*x*0)＝，*x*0∈[，]，求cos 2*x*0的值．

20．(16分)已知0<*α*<<*β*<π，tan＝，cos(*β*－*α*)＝.

(1)求sin *α*的值；(2)求*β*的值．

**第3章　三角恒等变换(A)**

1.

解析　(*cos* －*sin* )(*cos* ＋*sin* )

＝*cos*2 －*sin*2＝*cos* ＝.

2．1

解析　∵＝

＝*tan* 45°＝1，

∴＝1.

3．1

解析　∵*sin* x－*sin*y＝－，*cos* x－*cos* y＝，两式相加得：

*sin* x＋*cos* x＝*sin* y＋*cos* y，

∴*sin* 2x＝*sin* 2y，

又∵x，y均为锐角且x≠y，

∴2x＝*π*－2y，x＋y＝，

∴*sin*(x＋y)＝1.

4．a<c<b

解析　a＝*sin* 59°<×＝，a<c.

b＝*sin* 61°>×＝，b>c.

从而a<c<b.

5．－

解析　*sin*(α＋45°)＝(*sin* α＋*cos* α)·＝，

∴*sin* α＋*cos* α＝.

两端平方，∴1＋*sin* 2α＝，

∴*sin* 2α＝－.

6.

解析　由

①2＋②2得

2－2(*sin* x*sin* y＋*cos* x*cos* y)＝.

∴*cos*(x－y)＝.

7.

解析　*f*(*x*)＝sin(2*x*＋*θ*)＋cos(2*x*＋*θ*)

＝2sin.

*f*(0)＝2sin＝0.

∴＋*θ*＝*k*π，即*θ*＝*k*π－，*k*∈**Z**.

8．－

解析　∵π<2*θ*<2π，

∴<*θ*<π，

则tan *θ*<0，tan 2*θ*＝＝－2，

化简得tan2*θ*－tan *θ*－＝0，

解得tan *θ*＝－或tan *θ*＝(舍去)，

∴tan *θ*＝－.

9.＋1

解析　*y*＝2sin2*x*＋2sin *x*cos *x*

＝1－cos 2*x*＋sin 2*x*

＝sin(2*x*－)＋1，

∴*y*max＝＋1.

10．tan 2*α*

解析　原式＝

＝＝tan 2*α*.

11．－

解析　∵sin *α*＝cos 2*α*＝1－2sin2*α*

∴2sin2*α*＋sin *α*－1＝0，

∴sin *α*＝或－1.

∵<*α*<π，∴sin *α*＝，

∴*α*＝π，∴tan *α*＝－.

12.

解析　＝＝3，故tan *α*＝2.

又tan(*α*－*β*)＝2，故tan(*β*－*α*)＝－2，

∴tan(*β*－2*α*)＝tan[(*β*－*α*)－*α*]

＝＝.

13.

解析　*y*＝sin＋coscos－sin·sin＝coscos＋sinsin＝cos，*T*＝＝3π，相邻两对称轴的距离是周期的一半．

14.

解析　由于*α*∈(0，)，*β*∈(－，0)，

因此*α*－*β*∈(0，π)．

又由于cos(*α*－*β*)＝>0，因此*α*－*β*∈(0，)．

sin(*α*－*β*)＝且cos *β*＝，

sin *α*＝sin(*α*－*β*＋*β*)

＝sin(*α*－*β*)cos *β*＋cos(*α*－*β*)sin *β*

＝×＋×(－)＝.

15．解　∵tan *α*、tan *β*为方程6*x*2－5*x*＋1＝0的两根，

∴tan *α*＋tan *β*＝，tan *α*tan *β*＝，

tan(*α*＋*β*)＝＝＝1.

∵0<*α*<，π<*β*<，

∴π<*α*＋*β*<2π，∴*α*＋*β*＝.

16．解　(1)*f*()＝2cos ＋sin2－4cos

＝－1＋－2＝－.

(2)*f*(*x*)＝2(2cos2*x*－1)＋(1－cos2*x*)－4cos *x*

＝3cos2*x*－4cos *x*－1＝3(cos *x*－)2－，*x*∈**R**.

因为cos *x*∈[－1,1]，

所以，当cos *x*＝－1时，*f*(*x*)取得最大值6；

当cos *x*＝时，*f*(*x*)取得最小值－.

17．解　(1)∵***a***⊥***b***，∴***a·b***＝0.

而***a***＝(3sin *α*，cos *α*)，***b***＝(2sin *α*，5sin *α*－4cos *α*)，

故***a·b***＝6sin2*α*＋5sin *α*cos *α*－4cos2*α*＝0.

由于cos *α*≠0，∴6tan2*α*＋5tan *α*－4＝0.

解之，得tan *α*＝－，或tan *α*＝.

∵*α*∈，tan *α*<0，故tan *α*＝(舍去)．

∴tan *α*＝－.

(2)∵*α*∈，∴∈.

由tan *α*＝－，求得tan ＝－或tan ＝2(舍去)．

∴sin ＝，cos ＝－，

cos＝cos cos －sin sin

＝－×－×

＝－.

18．解　(1)*f*(*x*)＝2sin2－cos 2*x*

＝1－cos－cos 2*x*

＝1＋sin 2*x*－cos 2*x*

＝2sin＋1，

周期*T*＝π；2*k*π－≤2*x*－≤2*k*π＋，

解得*f*(*x*)的单调递增区间为(*k*∈**Z**)．

(2)*x*∈，所以2*x*－∈，

sin∈，

所以*f*(*x*)的值域为[2,3]．

而*f*(*x*)＝*m*＋2，所以*m*＋2∈[2,3]，即*m*∈[0,1]．

19．解　(1)由*f*(*x*)＝2sin *x*cos *x*＋2cos2*x*－1，得

*f*(*x*)＝(2sin *x*cos *x*)＋(2cos2*x*－1)

＝sin 2*x*＋cos 2*x*＝2sin (2*x*＋)，

所以函数*f*(*x*)的最小正周期为π.

因为*f*(*x*)＝2sin (2*x*＋)在区间[0，]上为增函数，在区间[，]上为减函数，又*f*(0)＝1，*f*()＝2，*f*()＝－1，所以函数*f*(*x*)在区间[0，]上的最大值为2，最小值为－1.

(2)由(1)可知*f*(*x*0)＝2sin (2*x*0＋)．

因为*f*(*x*0)＝，所以sin (2*x*0＋)＝.

由*x*0∈[，]，得2*x*0＋∈[，]，

从而cos(2*x*0＋)＝－＝－.

所以cos 2*x*0＝cos[(2*x*0＋)－]

＝cos(2*x*0＋)cos＋sin (2*x*0＋)sin＝.

20．解　(1)tan *α*＝＝，

所以＝.又因为sin2*α*＋cos2*α*＝1，

解得sin *α*＝.

(2)因为0<*α*<<*β*<π，所以0<*β*－*α*<π.

因为cos(*β*－*α*)＝，所以sin(*β*－*α*)＝.

所以sin *β*＝sin[(*β*－*α*)＋*α*]

＝sin(*β*－*α*)cos *α*＋cos(*β*－*α*)sin *α*

＝×＋×＝.

因为*β*∈，

所以*β*＝.