2014

高

考

数

学

预

测

卷

(理科)

2014 年北京市高考模拟试卷

数学（理科）

第Ⅰ卷（选择题　共 40 分）

一、　选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1. 若集合 $M=\{(x,y)\,|\,y=x^2,\ x\in\mathbf{R}\}$，$N=\{(x,y)\,|\,y=x+2,\ x\in\mathbf{R}\}$，则 $M\cap N$ 等于（　）

A．$[0,+\infty)$　　B．$(-\infty,+\infty)$　　C．$\varnothing$　　D．$\{(2,4),(-1,1)\}$

2．在复平面内，复数 $\dfrac{i}{1+i}$ 对应的点位于（　）

A．第一象限　B．第二象限

C．第三象限　D．第四象限

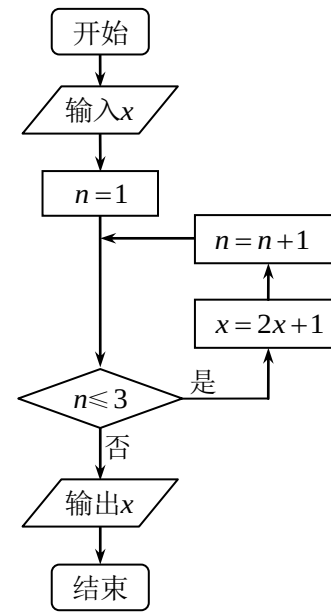
3．$\vec{a},\vec{b}$ 为非零向量，“函数 $f(x)=(\vec{a}x+\vec{b})^2$ 为偶函数”是“$\vec{a}\perp\vec{b}$”的（　）

A．充分但不必要条件　B．必要但不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

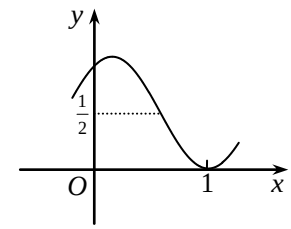
4．执行如图所示的程序框图，若输出 x 的值为 23，则输入的 x 值为（　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．11



5．如果存在正整数 ω 和实数 φ 使得函数 $f(x)=\cos^2(\omega x+\varphi)$（$\omega$，$\varphi$ 为常数）的图象如图所示（图象经过点（1,0））那么 ω 的值为（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4



6. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 的焦点为 F_1,F_2，在长轴 A_1A_2 上任取一点 M，过 M 作垂直于 A_1A_2 的直线交椭圆于点 P，则使得 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}<0$ 的点 M 的概率为（　　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

7. 设 $f(a)=\int_0^1|x^2-a^2|dx$ 当 $a\geq 0$ 时，则 $f(a)$ 的最小值为(　　).

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $-\frac{1}{3}$　　D. 无最小值

8.设点 $A(1,0)$，$B(2,1)$，如果直线 $ax+by=1$ 与线段 AB 有一个公共点，那么 a^2+b^2 有（　　）

A. 最小值为 $\frac{1}{5}$　　B. 最小值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. 最大值为 $\frac{1}{5}$　　D. 最大值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

第Ⅱ卷（非选择题　共 110 分）

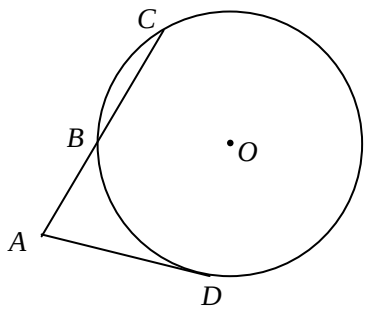
二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9. 已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数），则曲线上 C 的点到直线 $3x-4y+4=0$ 的距离的最大值为_____.

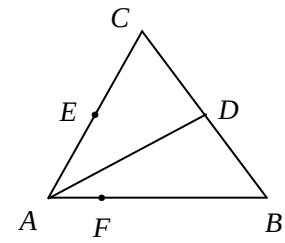
10. 设 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项之和，S_3、S_9、S_6 成等差数列，且 $a_2+a_5=2a_m$，则 m 的值为_____.

11. 某展室有 9 个展台，现有 3 件展品需要展出，要求每件展品独自占用 1 个展台，并且 3 件展品所选用的展台既不在两端又不相邻，则不同的展出方法有_____种；如果进一步要求 3 件展品所选用的展台之间间隔不超过两个展位，则不同的展出方法有____种.

12. 如图，已知圆 O 的半径为 3，从圆 O 外一点 A 引切线 AD 和割线 ABC，圆心 O 到 AC 的距离为 $2\sqrt{2}$，$AB=3$，则切线 AD 的长为 _____.



13. 如右图，在三角形 ABC 中，D ，E 分别为 BC ，AC 的中点，F 为 AB 上的点，且 $\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{AF}$. 若 $\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AE}+y\overrightarrow{AB}$，则实数 $x=$_____，实数 $y=$_____.



14.（立体几何）正三棱锥 $D-ABC$ 的底面边长为 4，侧棱的长为 8，过 A 点做与侧棱 DB、DC 分别交予 E、F，那么 $\triangle AEF$ 周长的最小值是_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15.（本小题满分 13 分）

在 $\triangle ABC$ 中，a，b，c 分别为内角 A，B，C 的对边，且 $b^2+c^2-a^2=bc$.

（Ⅰ）求角 A 的大小；

（Ⅱ）设函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}$，当 $f(B)$ 取最大值 $\frac{3}{2}$ 时，判断 $\triangle ABC$ 的形状.

16.（本小题满分 13 分）

生产 A，B 两种元件，其质量按测试指标划分为：指标大于或等于 82 为正品，小于 82 为次品，现随机抽取这两种元件各 100 件进行检测，检测结果统计如下：

测试指标	$[70,76)$	$[76,82)$	$[82,88)$	$[88,94)$	$[94,100]$
元件 A	8	12	40	32	8
元件 B	7	18	40	29	6

（Ⅰ）试分别估计元件 A、元件 B 为正品的概率；

（Ⅱ）生产一件元件 A，若是正品可盈利 50 元，若是次品则亏损 10 元；生产一件元件 B，若是正品可盈利 100 元，若是次品则亏损 20 元，在（Ⅰ）的前提下；

（i）求生产 5 件元件 B 所获得的利润不少于 300 元的概率；

（ii）记 X 为生产 1 件元件 A 和 1 件元件 B 所得的总利润，求随机变量X 的分布列和数学期望.

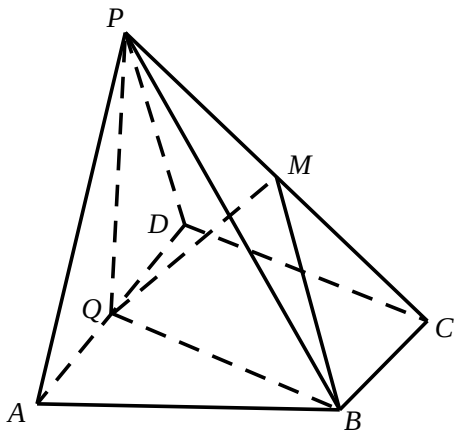
17.（本小题满分 14 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，$AD//BC$，$\angle ADC=90°$，平面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$，Q 为 AD 的中点，M 是棱 PC 上的点，$PA=PD=2$，$BC=\frac{1}{2}AD=1$，$CD=\sqrt{3}$.

（Ⅰ）若点 M 是棱 PC 的中点，求证：PA // 平面 BMQ；

（Ⅱ）求证：平面 $PQB\perp$平面 PAD；

（Ⅲ）若二面角 $M-BQ-C$ 为 30°，设 $PM=tMC$，试确定 t 的值 .



18.（本小题满分 13 分）

已知$P(x,y)$为函数$y=1+\ln x$图象上一点，O为坐标原点，记直线OP的斜率$k=f(x)$.

（Ⅰ）若函数$f(x)$在区间$\left(a,a+\frac{1}{3}\right)(a>0)$上存在极值，求实数$a$的取值范围；

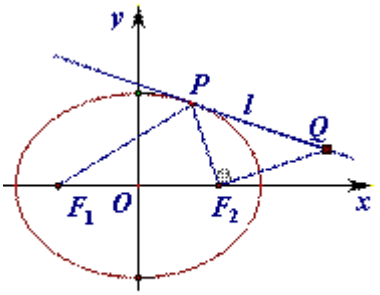
（Ⅱ）如果对任意的x_1，$x_2\in\left[e^2,+\infty\right)$，有$\left|f(x_1)-f(x_2)\right|\geq m\left|\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right|$，求实数$m$的取值范围.

19.（本小题满分 14 分）

在平面直角坐标系 xoy 中，已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $\boldsymbol{G: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)}$ 的左、右焦点，椭圆 G 与抛物线 $y^2=-4x$ 有一个公共的焦点，且过点 $(-\frac{\sqrt{6}}{2},1)$.

(Ⅰ)求椭圆 $\boldsymbol{G}$ 的方程;

(Ⅱ) 设点 $\boldsymbol{P}$ 是椭圆 $\boldsymbol{G}$ 在第一象限上的任一点,连接 $\boldsymbol{PF_1, PF_2}$,过 $\boldsymbol{P}$ 点作斜率为 $\boldsymbol{k}$ 的直线 $\boldsymbol{l}$,使得 $\boldsymbol{l}$ 与椭圆 $\boldsymbol{G}$ 有且只有一个公共点,设直线 $\boldsymbol{PF_1, PF_2}$ 的斜率分别为 $\boldsymbol{k_1, k_2}$,试证明 $\boldsymbol{\frac{1}{kk_1}+\frac{1}{kk_2}}$ 为定值,并求出这个定值;



第 21 题图

（III）在第(Ⅱ)问的条件下，作 $F_2Q \perp F_2P$，设 F_2Q 交 l 于点 Q，证明:当点 P 在椭圆上移动时，点 Q 在某定直线上.

20.（本小题满分 13 分）

已知数列$\{c_n\}$满足（i）$\sqrt{c_n c_{n+2}} \leqslant c_{n+1}$,(ii)存在常数$M$($M$与$n$无关)，使得$c_n < M$恒成立，则称数列$\{c_n\}$是和谐数列.

（1） 已知各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$，S_n为其前n项和；且$a_3 = 4$，$S_3 = 28$，求证：数列$\{S_n\}$是和谐数列

（2） 已知各项均为正数、公比为q的等比数列$\{b_n\}$,T_n为其前n项和，求证：$\{T_n\}$是和谐数列的充要条件为：$0 < q < 1$

参考答案及评分标准（理科）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1．D　　2．A　　3．C　　4．C

5．B　　6．B　　7．B　　8．A

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9．3　　10．8

11．60，48　　12．$\sqrt{15}$

13．2、1　　14．11　(提示：把几何体展开时 A/E/F 三点共线周长最短)

注：第 10，11，14 题第一问 2 分，第二问 3 分.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分. 其他正确解答过程，请参照评分标准给分.

15.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）在△ ABC 中，因为 $b^2+c^2-a^2=bc$，

由余弦定理 $a^2= b^2+c^2-2bc\cos A$　可得 $\cos A=\frac{1}{2}$.

(余弦定理或公式必须有一个，否则扣 1 分)……3 分

∵ $0<A<\pi$ ，　（或写成 A 是三角形内角　……4 分

∴ $A=\frac{\pi}{3}$. ……5 分

（Ⅱ） $f(x)=\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x+\frac{1}{2}$　……7 分

$=\sin(x+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$,　……9 分

∵ $A=\frac{\pi}{3}$　∴ $B\in(0,\frac{2\pi}{3})$

∴ $\frac{\pi}{6}<B+\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}$　（没讨论，扣 1 分）　……10 分

∴当 $B+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即 $B=\frac{\pi}{3}$时， $f(B)$ 有最大值是 $\frac{3}{2}$.　……11 分

又∵ $A=\frac{\pi}{3}$,　∴ $C=\frac{\pi}{3}$

∴△ ABC 为等边三角形. ……13 分

16.（本小题满分 13 分）

（Ⅰ）由题可知 元件 A 为正品的概率为 $\frac{4}{5}$，元件 B 为正品的概率为$\frac{3}{4}$。……3 分

（Ⅱ）

（i）设生产的 5 件元件中正品件数为x，则有次品 $5-x$ 件，由题意知$100x-20(5-x)\geq 300$

得到 $x=4,5$，设“生产 5 件元件 B 所获得的利润不少于 300 元”为事件C，则

$P(C)=C_5^4(\frac{3}{4})^4\times\frac{1}{4}+C_5^5(\frac{3}{4})^5=\frac{81}{128}$。……7 分

（ii）随机变量 X 的所有取值为 150,90,30，-30，

则 $P(X=150)=\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{5}$，$P(X=90)=\frac{1}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{20}$，$P(X=30)=\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{5}$，

$P(X=-30)=\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{20}$，

所以 X 的分布列为：

X	150	90	30	-30
P	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$

……11 分

$E(X)=150\times\frac{3}{5}+90\times\frac{3}{20}+30\times\frac{1}{5}-30\times\frac{1}{20}=108$……13 分

17.（本小题满分 14 分）

证明：（Ⅰ）连接 *AC*，交 *BQ* 于 *N*，连接 *MN*. ……1 分

∵*BC*∥*AD* 且 *BC*=$\frac{1}{2}$*AD*，即 *BC*$\overset{/\!/}{=}$*AQ*.

∴四边形 *BCQA* 为平行四边形，且 *N* 为 *AC* 中点，

又∵点 *M* 在是棱 *PC* 的中点，

∴ *MN*∥*PA* ……2 分

∵ *MN*⊂平面 *MQB*，*PA*⊄平面 *MQB*，……3 分

∴ *PA*∥ 平面 *MBQ*. ……4 分

（Ⅱ）∵*AD*∥*BC*，*BC*=$\frac{1}{2}$*AD*，*Q* 为 *AD* 的中点，

∴四边形 *BCDQ* 为平行四边形，∴*CD*∥*BQ* . ……6 分

∵∠*ADC*=90° ∴∠*AQB*=90° 即 *QB*⊥*AD*.

又∵平面 *PAD*⊥平面 *ABCD*

且平面 *PAD*∩平面 *ABCD*=*AD*， 又∵ *BQ* 在平面 *ABCD* 内……7 分

∴*BQ*⊥平面 *PAD*. ……8 分

∵$BQ\subset$平面PQB，

∴平面$PQB\perp$平面PAD. ……9 分

另证：$AD\,//\,BC$，$BC=\frac{1}{2}AD$，Q 为 AD 的中点

∴ $BC\,//\,DQ$ 且 $BC=DQ$，

∴ 四边形 $BCDQ$ 为平行四边形，∴$CD\,//\,BQ$.

∵ $\angle ADC=90°$ ∴$\angle AQB=90°$ 即 $QB\perp AD$. ……6 分

∵ $PA=PD$， ∴$PQ\perp AD$. ……7 分

∵ $PQ\cap BQ=Q$，∴$AD\perp$平面PBQ. ……8 分

∵ $AD\subset$平面PAD，

∴平面$PQB\perp$平面PAD. ……9 分

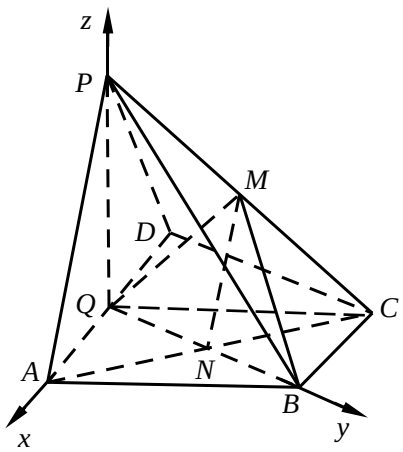
（Ⅲ）∵$PA=PD$，Q 为 AD 的中点， ∴$PQ\perp AD$.

∵平面$PAD\perp$平面$ABCD$，且平面$PAD\cap$平面$ABCD=AD$，

∴$PQ\perp$平面$ABCD$. ……10 分

（不证明 $PQ\perp$平面$ABCD$ 直接建系扣 1 分）

如图，以 Q 为原点建立空间直角坐标系.



则平面 BQC 的法向量为$\vec{n}=(0,0,1)$；

$Q(0,0,0)$， $P(0,0,\sqrt{3})$， $B(0,\sqrt{3},0)$， $C(-1,\sqrt{3},0)$. ……11 分

设$M(x,y,z)$，

则$\overrightarrow{PM}=(x,y,z-\sqrt{3})$， $\overrightarrow{MC}=(-1-x,\sqrt{3}-y,-z)$，

∵$\overrightarrow{PM}=t\overrightarrow{MC}$，

$\therefore \begin{cases} x=t(-1-x) \\ y=t(\sqrt{3}-y) \\ z-\sqrt{3}=t(-z) \end{cases}$，$\therefore \begin{cases} x=-\dfrac{t}{1+t} \\ y=\dfrac{\sqrt{3}t}{1+t} \\ z=\dfrac{\sqrt{3}}{1+t} \end{cases}$ ……12 分

在平面 *MBQ* 中，$\overrightarrow{QB}=(0,\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{QM}=(-\dfrac{t}{1+t},\dfrac{\sqrt{3}t}{1+t},\dfrac{\sqrt{3}}{1+t})$，

$\therefore$ 平面 *MBQ* 法向量为$\vec{m}=(\sqrt{3},0,t)$. ……13 分

$\because$二面角 *M*–*BQ*–*C* 为 30°，$\cos 30^\circ=\dfrac{\vec{n}\cdot\vec{m}}{|\vec{n}||\vec{m}|}=\dfrac{t}{\sqrt{3+0+t^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore\ t=3$. ……14 分

18.（本小题满分 13 分）

解：（1）由题意$k=f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$，$x>0$，所以$f'(x)=\left(\dfrac{1+\ln x}{x}\right)'=-\dfrac{\ln x}{x^2}$ ……2 分

当$0<x<1$时，$f'(x)>0$；当$x>1$时，$f'(x)<0$. 所以$f(x)$在$(0,1)$上单调递增，在$(1,+\infty)$上单调递减，故$f(x)$在$x=1$处取得极大值. ……3 分

因为函数$f(x)$在区间$\left(a,a+\dfrac{1}{3}\right)$（其中$(a>0)$）上存在极值，所以$\begin{cases} 0<a<1 \\ a+\dfrac{1}{3}>1 \end{cases}$，得

$\dfrac{2}{3}<a<1$. 即实数a的取值范围是$\left(\dfrac{2}{3},1\right)$. ……6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，$f(x)$在$\left[e^2,+\infty\right)$上单调递减，不妨设$x_1>x_2\geq e^2$，则

$$|f(x_1)-f(x_2)|\geq m\left|\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right| \Leftrightarrow f(x_2)-f(x_1)\geq m(\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}) \Rightarrow f(x_2)-\frac{m}{x_2}\geq f(x_1)-\frac{m}{x_1}$$

$\Leftrightarrow$函数$F(x)=f(x)-\dfrac{m}{x}$在$\left[e^2,+\infty\right)$上单调递减。……8 分

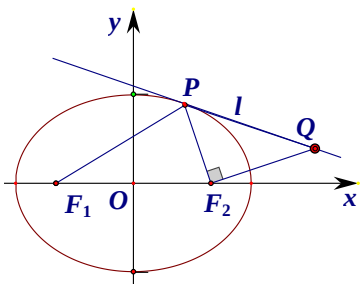
由 $F(x)=f(x)-\frac{m}{x}=\frac{1+\ln x}{x}-\frac{m}{x}, x\in[e^2,+\infty)$，则 $F'(x)=-\frac{\ln x}{x^2}+\frac{m}{x^2}\le 0$ 在 $[e^2,+\infty)$ 上恒成立，所以 $m\le \ln x$ 在 $[e^2,+\infty)$ 上恒成立，所以，故 $m\le 2$.……13 分

19.（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）解（Ⅰ）由题意得 $c=1$ ，又 $\frac{3}{2a^2}+\frac{1}{b^2}=1$，……2 分

消去 b 可得， $2a^4-7a^2+3=0$，解得 $a^2=3$ 或 $a^2=\frac{1}{2}$（舍去），则 $b^2=2$，

求椭圆 $\boldsymbol{G}$ 的方程为 $C:\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$. ……4 分



第 19 题图

（Ⅱ）设直线 l 方程为 $y=kx+m$，并设点 $P(x_0,y_0)$，

由 $\begin{cases}2x^2+3y^2-6=0\\ y=kx+m\end{cases}\Rightarrow(3k^2+2)x^2+6kmx+3m^2-6=0.$

$\because\Delta=0\Rightarrow m^2=2+3k^2$，……6 分

$x_0=-\frac{3km}{2+3k^2}=-\frac{3k}{m}>0$，当 $k>0$ 时，$m<0$，直线与椭圆相交，所以 $k<0, m>0$，

$m^2=2+3k^2\Rightarrow m=\sqrt{\frac{6}{3-x_0^{\,2}}}$，

由 $\frac{x_0^{\,2}}{3}+\frac{y_0^{\,2}}{2}=1\Rightarrow y_0^{\,2}=\frac{2(3-x_0^{\,2})}{3}$ 得 $m=\frac{2}{y_0}$，$\therefore k=-\frac{2x_0}{3y_0}$，……8 分

$y=-\frac{2x_0x}{3y_0}+\frac{2}{y_0}$，整理得：$\frac{x_0x}{3}+\frac{y_0y}{2}=1$. 而 $k_1=\frac{y_0}{x+1}, k_2=\frac{y_0}{x-1}$, 代入 $\frac{1}{kk_1}+\frac{1}{kk_2}$ 中得

$\frac{1}{kk_1}+\frac{1}{kk_2}=-\frac{3y_0}{2x_0}(\frac{x_0+1}{y_0}+\frac{x_0-1}{y_0})=-3$ 为定值. ……10 分

（用导数求解也可，若直接用切线公式扣 4 分，只得 2 分）

（III） PF_2 的斜率为：$k_{PF_2}=\frac{y_0}{x_0-1}$，又由 $PF_2\perp F_2Q\Rightarrow k_{F_2Q}=-\frac{x_0-1}{y_0}$,

从而得直线 F_2Q 的方程为：$y=-\dfrac{x_0-1}{y_0}(x_0-1)$,联立方程$\begin{cases}y=-\dfrac{x_0-1}{y_0}(x_0-1)\\ \dfrac{x_0x}{3}+\dfrac{y_0y}{2}=1\end{cases}$，

消去 y 得方程 $(x_0-3)(x-3)=0$，因为 $x_0\neq 3$， 所以 $x=3$ ，

即点 Q 在直线 $x=3$ 上. ……14 分

20.（本小题满分 13 分）

（1）设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比是 q_0，则 $q_0>0$，且 $\begin{cases}a_3=a_1{q_0}^2=4\\ S_3=\dfrac{a_1(1-{q_0}^3)}{1-q_0}=28\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a_1=16\\ q_0=\dfrac{1}{2}\end{cases}$

$\therefore S_n=32-\dfrac{1}{2^{n-5}}$ ……3 分

$\therefore \sqrt{S_n\cdot S_{n+2}}=\sqrt{(32-\dfrac{1}{2^{n-5}})(32-\dfrac{1}{2^{n-3}})}=\sqrt{32^2-32(\dfrac{1}{2^{n-5}}+\dfrac{1}{2^{n-3}})+\dfrac{1}{2^{2n-8}}}$

$<\sqrt{32^2-2\times 32\times\dfrac{1}{2^{n-4}}+\dfrac{1}{2^{2n-8}}}$

$=\sqrt{(32-\dfrac{1}{2^{n-4}})^2}=32-\dfrac{1}{2^{n-4}}=S_{n+1}$

又 $\therefore S_n=32-\dfrac{1}{2^{n-5}}<32$ 即存在常数 $M=32$，使得 $\therefore S_n<32$ 恒成立。……7 分

（2）充分性：已知等比数列 $\{b_n\}$，且 $0<q<1$，则 $T_n=\dfrac{b_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{b_1}{1-q}-\dfrac{b_1q^n}{1-q}<\dfrac{b_1}{1-q}$

令 $M=\dfrac{b_1}{1-q}$，则 $T_n<M$

$\because T_n\cdot T_{n+2}=\dfrac{b_1(1-q^n)}{1-q}\dfrac{b_1(1-q^{n+2})}{1-q}=(\dfrac{b_1}{1-q})^2(1-q^n-q^{n+2}+q^{2n+2})<(\dfrac{b_1}{1-q})^2(1-2q^{n+1}+q^{2n+2})={T_{n+1}}^2$

$\therefore \{T_n\}$ 是和谐数列……9 分

必要性：已知等比数列 $\{b_n\}$，各项均为正数，T_n 是其前 n 项和，$\{T_n\}$ 是和谐数列

$\because b_n>0\therefore q>0$

下面反证法证明：$q<1$……10 分

若 $q=1$，则 $T_n=nb_1$，$\therefore$ 不存在 M 使 $nb_1<M$ 对于 $n\in N^*$ 恒成立；……11 分

若 $q>1$，则 $T_n=\dfrac{b_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{b_1}{1-q}-\dfrac{b_1}{1-q}q^n$，对于给定的正数 M

令 $\dfrac{b_1}{1-q}-\dfrac{b_1}{1-q}q^n>M$，$\because q>1\therefore n>\log_q(\dfrac{q-1}{b_1}M+1)$，

即当 $n>\log_q(\dfrac{q-1}{b_1}M+1)$ 时，总有 $T_n>M$

即即存在常数 M，使得 $T_n<M$ 对于 $n\in N^*$ 恒成立……13 分

综上所述：$\{T_n\}$ 是和谐数列的充要条件为：$0<q<1$